

# 自由群環の解析

榎本 拓実

本講演では非従順な  $F_2$  の群環の解析について解説する。テーマは前回に引き続き「群の解析的側面」である。ただし前回の講演の内容とは独立している。予備知識としては、学部で学ぶ程度の群論、環論と Hilbert 空間上の有界線形作用素に関する知識を仮定する。

群環は表現論において重要な対象（群の”線形化”）であるが、今回扱う  $F_2$  のような可算離散群に対しては群環は無限次元の空間になってしまうために扱いが難しい。無限次元空間を扱うとき、そこにノルム（位相）をいれて完備化すると良い。これにより解析的な議論が可能になるためである。

しかしそうすると「どのノルムを使うのか」という問題が生じる。実際に、群環の完備化を考えると自然に 2 種類のノルムが存在する。従順群に対してはこれが一致するために、従順群は”良い”群であることが期待される ([1], [3], [5] を見よ)。

では従順でない場合にはどのような現象が起こるのだろうか？ 講演では実際に  $F_2$  の場合でそれぞれのノルムで完備化したときの性質の違いを見る。また時間があれば、それ以外のノルムの構成についての最近の結果 [2] についても触れたい。

## 参考文献

- [1] N. P. Brown and N. Ozawa, *C\*-algebras and finite-dimensional approximations*, Graduate studies in Mathematics, **88**, American Mathematical Society, Providence, RI, 2008.
- [2] N. P. Brown and E. Guentner, *New C\*-completions of discrete groups and related spaces*, preprint.
- [3] K. R. Davidson, *C\*-algebras by Example*, Fields Institute Monographs, **6**, American Mathematical Society, Providence, RI, 1996.
- [4] P. de la Harpe, *Operator algebras, free groups and other groups*, Recent advances in operator algebras (Orléans, 1992), Astérisque **232** (1995), 121-153.
- [5] A. L. T. Paterson, *Amenability*, Mathematical Surveys and Monographs, **29**, American Mathematical Society, Providence, RI, 1988.