中国剰余定理

～2000 年の歴史計算～

大阪大学　s.t.fake

みなさんはじめまして。大阪大学の s.t.fake と申します。今回はこの関西数学徒の集い（でしたっけ？）で発表の機会を頂いたので、代数学では有名かつ半ば常識的なものなのですが「中国剰余定理」についてをお話ししたいと思います。

アブストなのにこんな挨拶じみたの描くなよーとか思ったそこのアナタ！今日くらい力抜いて行きましょw 内容はそこまで難しくないハズです。とりあえず前半は誰でもできる…と思う（ぼそ

後半のイデアルが絡み始めてから、それから証明に入ってからはイデアルの知識と、環の準同型定理の知識を必要とします。むしろそれさえ知ってたら証明するまでもない感じなのですが…わからなかった人は環論の本で勉強すべし！

さて、今日みなさんにお話するのは主に中国剰余定理（イデアル型）と、その具体例としての中国剰余定理（整数型）です。多くは整数型の方を中国剰余定理と呼んでいるそうですが、まぁそれはさておき。以下今回のメインテーマを上げておきましょう。

Thm：中国剰余定理（イデアル型）

R：単位元を持つ可換環、 I, J：R のイデアルで、$I+J=R$ を満たすとする。
この時、環の準同型写像 φ：$A \to A/I \times A/J$ ，$a \mapsto \{a+I, a+J\}$ は、環の同型

$$A/IJ \cong A/I \times A/J$$

を導く。

Cor：中国剰余定理（整数型）

n, m：互いに素な整数 とする。この時

$$\mathbb{Z}/nm\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$$

を導く。特に

$$\mathbb{Z}/105\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$$

またこれらのことはそれぞれ有限個の互いに素なものの積に拡張できる。

知っている方にはつまらないかもしれませんが、せっかくだし鉛筆持って具体例を計算してみてはいかがでしょうか。最後まで楽しんでいただけたなら本望です。ありがとうございました。

※誤字脱字、それから無いとは思いますが数学的間違いなどあれば↓へどうぞ。

2012/03/06 **発行**　s.t.fake　　**連絡先はこちら（ツイッターアカウント）→** @st_fake