『連続体仮説と公理的集合論』

（3／6「関西すうがく徒のつどい」にて@evinlatieさんが発表）

@evinlatie:【 #kansaimath 】突然ですが、関西すうがく徒のつどいで僕が話した内容のまとめを今からツイートします。

@evinlatie:【 1 #kansaimath 】あの時は予備知識をだいぶ少なくして話しましたが、このまとめはある程度仮定してツイートしますね。

@evinlatie:【 2 #kansaimath 】ZFCは僕がよくつぶやいてるので説明なしでw（おい）。初めにお話ししたことは連続体仮説の独立性(ZFCから肯定も否定も証明できない)でした。これの予備知識などをグダグダ話してるうちに発表が終わっちゃったような感じでしたねw

@evinlatie:【 3 #kansaimath 】ちなみに、アレフなんとかで書くと、連続体仮説は「実数全体Rの濃度がアレフ1である」という主張でした。で、Woodinさんが最近Ω-logicやもっと最近”究極の内部モデル”とやらで連続体仮説に対して考察してたというのを僕が適当に話してましたw

@evinlatie:【 4 #kansaimath 】Woodinさんは集合論の有名な研究者なのですが、僕はΩ-logicとかをちゃんと勉強したことがないのに適当に話してしまったことは申し訳ないというか、忘れてくださいw

@evinlatie:【 5 #kansaimath 】最後に公理的集合論と関数解析の関連性として、Banach algebraに関する話をしました。Banach algebraはBanach空間に積演算をくわえたものです（詳細はwikipediaでw http://en.wikipedia.org/wiki/Banach_algebra ）

@evinlatie:【 6 #kansaimath 】あそこで急にPFA(Proper Forcing Axiom)を持ち出しましたが、詳細は置いておいて、とりあえず、ZFCにPFAをつけ付け加えたものは（ある意味で）無矛盾性が保証されてることだけ念頭においてください（ぇ

@evinlatie:【 7 #kansaimath 】このとき、,次が成り立つ。ZFC+PFA|-"C[0,1]からBanach algebraへの準同型写像は常に連続写像となる。" ※C[0,1]は[0,1]上の複素数値連続関数全体のことで、Banach algebraの例となってます。

@evinlatie:【 8 #kansaimath 】それに対して、ZFCに連続体仮説CHを仮定すると、"C[0,1]からBanach algebraへの準同型写像は常に連続写像となる" の否定が証明できます（準同型だけど連続でないのが存在することが示せる）。

@evinlatie:【 9 #kansaimath 】このように、関数解析に関するある命題の真偽がZFCからは決定できないという、例がこれということです（数学徒にはこれが反響が大きかったような）。これが話しの内容全部かな。以上です。これで許してちょ。

（転載 by @noukoknows）